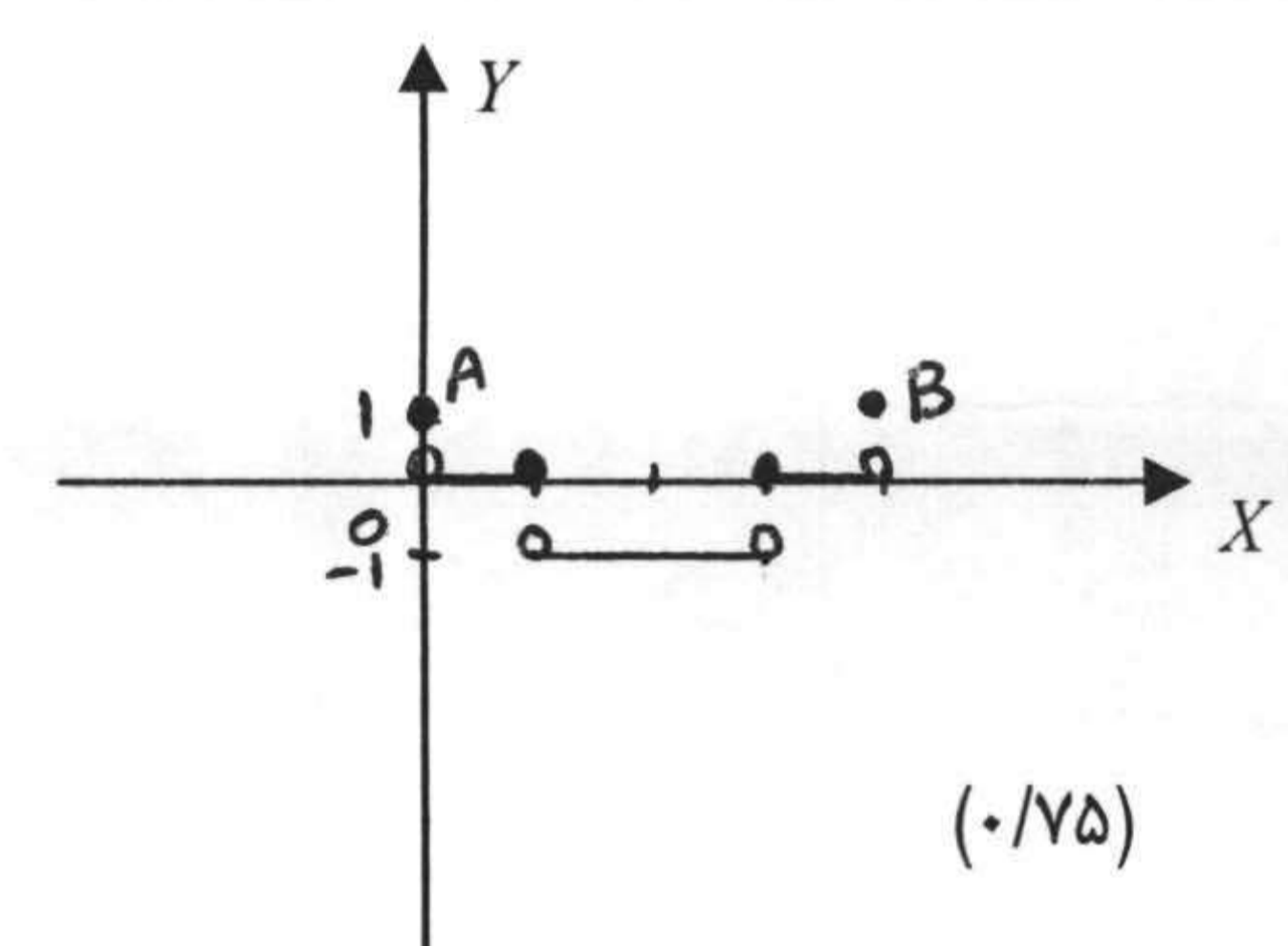
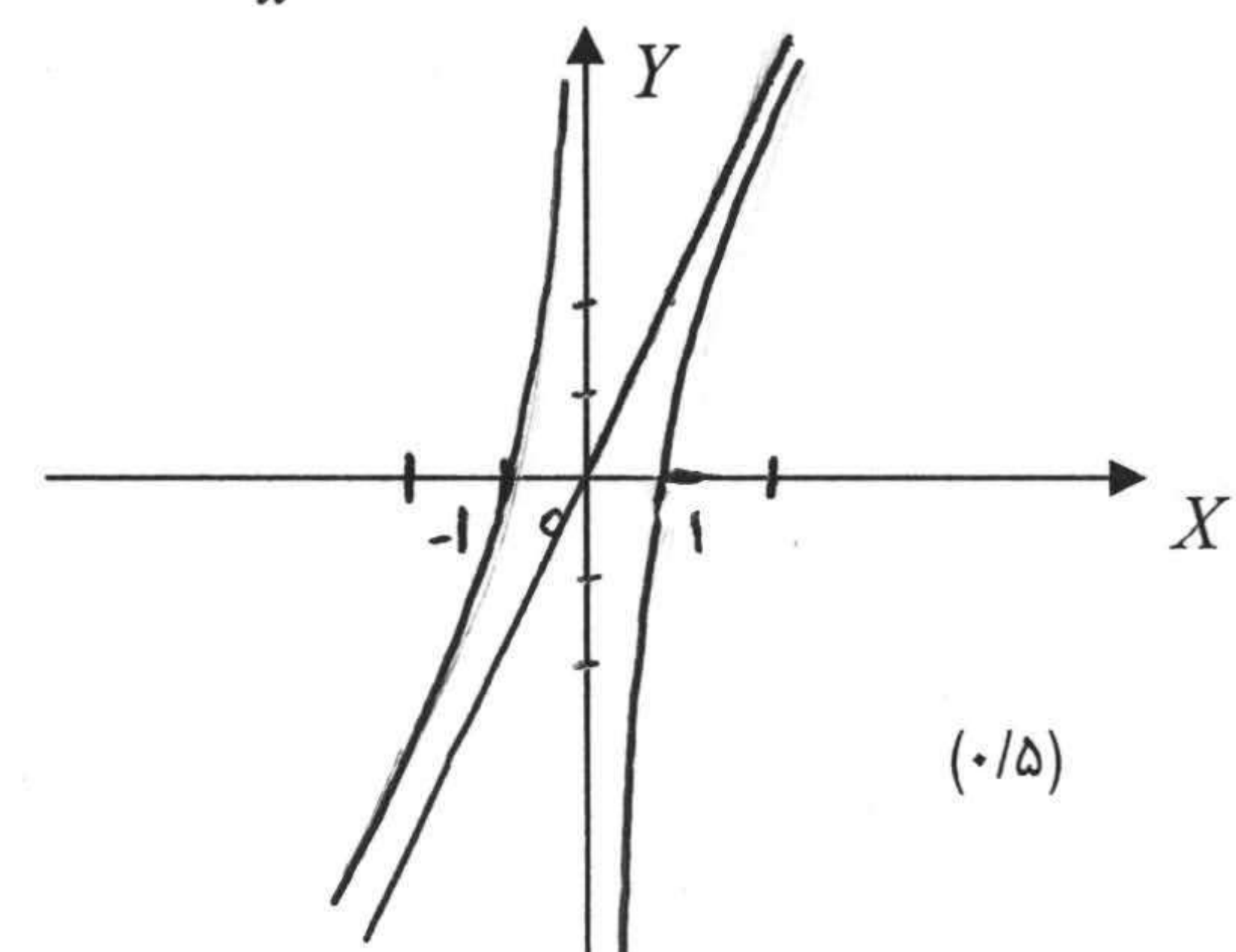


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۲ / ۳۱	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات	نمره	

۱	مشتق y را نسبت به x از رابطه $x \cos(xy) + 3x^4 = 0$ را بیابید.	۱/۵
۲	تابع $f(x) = \sqrt{x} + 2$ را در نظر بگیرید. معادله y خط مماس بر تابع معکوس f را در نقطه a به طول ۳ واقع بر تابع f^{-1} بنویسید.	۱/۲۵
۳	سنگ ریزه a را داخل آب ساکن یک برکه می اندازیم. اگر شعاع موج ایجاد شده با سرعت ۲ سانتی متر بر ثانیه افزایش یابد، مساحت موج ایجاد شده، زمانی که شعاع ۸ سانتی متر است، با چه سرعتی افزایش می یابد؟	۰/۷۵
۴	استخراج t تن مس از یک معدن، هزینه a برابر $c = f(t)$ تومان خواهد داشت (تابع f مشتق پذیر است). مفهوم $f'(1000) = 5000$ چیست؟	۰/۵
۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر c نقطه a بحرانی تابع f باشد و $f''(c)$ موجود و مثبت باشد، آن گاه f در c ----- دارد. ب) اگر تابع f روی بازه a مشتق پذیر بوده و f' روی a برابر مقدار ثابت صفر باشد، آن گاه f روی a ----- است. ج) در یافتن مقدار تقریبی ریشه a معادله $y = 0$ با استفاده از روش نصف کردن روی بازه a, b ، در مرحله n ام، هر عدد در بازه a_n, b_n می تواند ریشه a تقریبی با خطای کمتر از ----- باشد. د) مختصات نقطه a عطف تابع $f(x) = x^3 + 3x$ برابر است با -----.	۱/۷۵
۶	با توجه به نمودار تابع $f(x) = [\cos x]$ نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع را در بازه $a, 2\pi$ تعیین کنید.	۲
۷	شرایط قضیه a مقدار میانگین را برای تابع $f(x) = -2x^2 - 3x + 1$ در بازه $a, 2$ بررسی کرده و عدد c مذکور در قضیه را بیابید.	۱/۵
۸	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{2x^2 - 2}{x}$ را رسم کنید.	۲
۹	با استفاده از دیفرانسیل، مقدار تقریبی $\sqrt{3/99}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۰	با استفاده از قاعده a هوییتال، حد تابع زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\cos 5x - 1}$	۱/۲۵
۱۱	اگر f یک تابع پیوسته و زوج باشد و مقدار متوسط $f(x)$ در بازه $a, 2$ برابر ۸ باشد و داشته باشیم $\int_0^2 (a + 2f(x)) dx = 30$ ، مقدار a را بیابید.	۱/۵
۱۲	مجموع بالای ریمان را برای تابع $f(x) = \sin x$ در بازه a, π برای $n = 4$ محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	اگر $F(x) = \int_1^x \frac{dt}{5+t^2}$ باشد، شیب خط مماس بر منحنی $y = F(6x)$ را در نقطه a به طول ۱ واقع بر آن به دست آورید.	۱
۱۴	انتگرال های زیر را محاسبه کنید. الف) $\int x^2 (x^3 + 2)^{10} dx$ ب) $\int_{-2}^2 \left[\frac{x}{2} \right] dx$	۲
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۲ / ۳۱	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$y' = \frac{-(\cos xy - xy \sin xy + 12x^3)}{(-x^2 \sin xy)} \quad (۱)$ (۰/۵)	۱												
۱/۲۵	$(3, a) \in f^{-1} \Rightarrow (a, 3) \in f \Rightarrow \sqrt{a} + 2 = 3 \Rightarrow a = 1 \quad (۰/۲۵)$ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m = (f^{-1})'(3) = \frac{1}{f'(1)} = 2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y - 1 = 2(x - 3) \Rightarrow y = 2x - 5 \quad (۰/۲۵)$	۲												
۰/۷۵	$S = \pi r^2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow S'(t) = 2\pi r r'(t) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow S'(t) = 2\pi \times 8 \times 2 = 32\pi \quad (۰/۲۵)$	۳												
۰/۵	بدین معنی است که هرگاه تصمیم گرفته شود از معدنی که در حال استخراج ۱۰۰۰ تن مس است، یک تن دیگر مس استخراج کنیم، می-بایست تقریباً هزینه ی اضافی ۵۰۰۰ تومان پرداخت.	۴												
۱/۷۵	الف) مینیمم نسبی (۰/۵) ب) ثابت (۰/۲۵) ج) $\frac{b-a}{2^n}$ (۰/۵) د) $(0,0)$ (۰/۵)	۵												
۲	$A(0,1)$ (۰/۲۵) ، $B(2\pi,1)$ (۰/۲۵) : ماکسیمم مطلق $\forall x \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ ، $y = -1$ (۰/۲۵) : مینیمم مطلق (۰/۵)	 <p>(۰/۷۵)</p>												
۱/۵	تابع $f(x) = -2x^2 - 3x + 1$ روی بازه ی $[0,2]$ پیوسته (۰/۲۵) و روی بازه ی $(0,2)$ مشتق پذیر است (۰/۲۵). لذا طبق قضیه ی مقدار میانگین $\exists c \in (0,2)$ ، $f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0}$. بنابراین $-4c - 3 = \frac{13-1}{2}$. لذا $c = 1$. (۰/۲۵)	۷												
۲	$\begin{cases} x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = 0$ (۰/۲۵) مجانب قائم $y = 2x - \frac{2}{x} \Rightarrow y = 2x$ (۰/۲۵) مجانب مایل $y' = \frac{2x^2 + 2}{x^2} > 0$ (۰/۲۵) نقاط تلاقی با محور طول ها: $(1,0)$ ، $(-1,0)$	 <p>(۰/۵)</p> <table border="1" data-bbox="315 2315 903 2522"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y'	+		+	y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$
x	$-\infty$	0	$+\infty$											
y'	+		+											
y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$											

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۲ / ۳۱	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$f(x) = \sqrt{x}$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ (۰/۲۵) , $f(x + \Delta x) \approx f'(x)\Delta x + f(x)$ (۰/۲۵) $\sqrt{3/99} \approx \frac{1}{4} \times (-0/01) + 2 = \frac{799}{400} = 1/9975$ (۰/۲۵) (۰/۷۵)	۹
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\cos 5x - 1} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3 \sin 3x + \sin x}{-5 \sin 5x} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-9 \cos 3x + \cos x}{-25 \cos 5x} = \frac{8}{25}$ (۰/۲۵)	۱۰
۱/۵	$\int_{-2}^2 f(x) dx = 8 \Rightarrow \int_{-2}^2 f(x) dx = 32$, (زوج f) $\Rightarrow 2 \int_0^2 f(x) dx = 32$ (۰/۲۵) $\int_0^2 (a + 2f(x)) dx = 30 \Rightarrow \int_0^2 a dx + 2 \int_0^2 f(x) dx = 30$ (۰/۵) $\Rightarrow 2a + 32 = 30$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = -1$ (۰/۲۵)	۱۱
۱/۵	$\Delta x = \frac{\pi}{4}$, $U_f(f) = \frac{\pi}{4} \times (f(\frac{\pi}{4}) + f(\frac{\pi}{2}) + f(\frac{3\pi}{4}) + f(\pi)) = \frac{\pi}{4} (\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) = (2 + \sqrt{2}) \times \frac{\pi}{4}$ (۰/۲۵)	۱۲
۱	$y' = \frac{6 \times F'(6x)}{5 + 36x^2} = \frac{6}{5 + 36x^2}$ (۰/۵) $\Rightarrow m = \frac{6}{41}$ (۰/۲۵)	۱۳
۲	الف) $\frac{1}{3} \int 3x^2 (x^3 + 2)^{10} dx = \frac{1}{3} \times \frac{1}{11} (x^3 + 2)^{11} + c$ (۰/۲۵) (۰/۷۵) ب) $\int_{-2}^0 (-1) dx + \int_0^2 0 dx = (-x) \Big _{-2}^0 = -2$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۱۴
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	