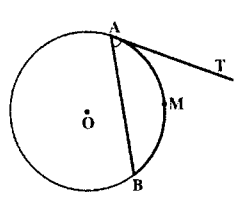
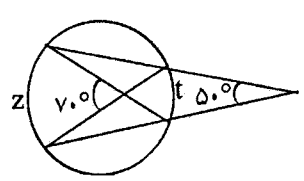
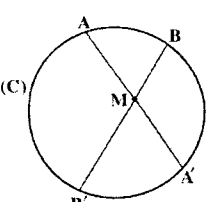
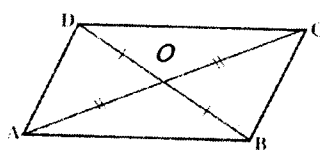


سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱	<p>الف) یک مثلث متساوی الاضلاع به دقت رسم نمایید. وسط ضلع‌ها را پیدا کرده و به هم وصل کنید.</p> <p>ب) سه مثلی را که در گوشه ایجاد می‌شود، نگه دارید و مثلث میانی را با سیاه کردن حذف کنید.</p> <p>این فرایند را روی سه مثلث باقی مانده تکرار کنید و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید.</p> <p>(در مرحله دوم شکل را رسم کنید.)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>مرحله</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>تعداد مثلث‌ها</td> <td>۱</td> <td>؟</td> <td>؟</td> <td>...</td> <td>؟</td> </tr> </table>	مرحله	۰	۱	۲	...	n	تعداد مثلث‌ها	۱	؟	؟	...	؟	۱
مرحله	۰	۱	۲	...	n									
تعداد مثلث‌ها	۱	؟	؟	...	؟									
۲	<p>درستی یا نادرستی نتایج زیر را معلوم کنید.</p> <p>الف) هر مربعی متوازی الاضلاع است. چهار ضلعی ABCD مربع است.</p> <p>نتیجه: چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.</p> <p>ب) تجانس طول پاره خط را با ضریب k (ضریب تجانس) تغییر می‌دهد.</p> <p>نتیجه: طول تصویر پاره خط AB در یک تجانس بزرگتر می‌شود.</p> <p>ج): چند صفحه در فضا روی دو خط، پاره خط‌های متناظر متناسب ایجاد کرده‌اند.</p> <p>نتیجه: آن صفحه‌ها با هم موازیند.</p> <p>د) P و Q دو صفحه عمود برهم می‌باشند.</p> <p>نتیجه: هر کدام شامل خطی است که بر دیگری عمود است.</p>	۱												
۳	<p>با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن مقداری ثابت است. سپس آن مقدار ثابت را به دست آورید.</p>	۱												
۴	<p>قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع رو به رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر از ضلع رو به رو ی زاویه کوچکتر است.</p>	۱/۲۵												
۵	<p>ثابت کنید نیمسازیک زاویه، مکان هندسی نقطه‌ای در صفحه آن زاویه است که فاصله آن از دو ضلع زاویه برابر باشد.</p>	۱/۵												
۶	<p>خط‌های AE، AF، BC به ترتیب در نقطه‌های E، F، D بر دایره (O) مماس هستند. مماس BC، خط‌های AE و AF را به ترتیب در نقطه‌های B و C قطع کرده است. ثابت کنید با تغییر مکان نقطه D روی دایره بین دو نقطه ی ثابت E و F، محیط مثلث ABC ثابت می‌ماند.</p>	۱												
«ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم»														

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸: صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۷	قضیه: باتوجه به شکل ثابت کنید در دایره (O) اندازه هر زاویه ی ظلی برابر با نصف کمان رو به روی آن است. 	۱/۲۵
۸	در شکل زیر مقدار z و t را بیابید. 	۱
۹	قضیه: از نقطه ی M واقع در داخل دایره (C) دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده اند. ثابت کنید: $MA \times MA' = MB \times MB'$ 	۱/۲۵
۱۰	طول خط‌المركزین در دو دایره متقاطع به شعاع‌های ۴ و ۳ سانتی متر برابر ۶ سانتی متر است. طول مماس مشترک خارجی دو دایره را به دست آورید.	۰/۵
۱۱	نقاط $P = (۴, ۲)$ و $Q = (۲, ۲)$ و $R = (۲, -۲)$ راسهای یک مثلث هستند. الف) مثلث PQR و تصویر مجانس آن را با در نظر گرفتن $O(۰, ۰)$ به عنوان مرکز تجانس، تحت تبدیل تجانس $D(x, y) = (۳x, ۳y)$ را رسم کنید. ب) مساحت مثلث PQR و تصویرش را محاسبه و آنها را با هم مقایسه کنید.	۱/۷۵
۱۲	معادله تصویر خط $l: ۲x + ۶y - ۱۲ = ۰$ را تحت بازتاب نسبت به محور x ها به دست آورید.	۱/۲۵
۱۳	قطرهای چهار ضلعی ABCD یکدیگر را نصف کرده اند. با استفاده از ویژگی‌های تبدیل دوران ثابت کنید ABCD یک متوازی الاضلاع است. 	۱/۵

«ادامه ی سؤالات در صفحه ی سوم»

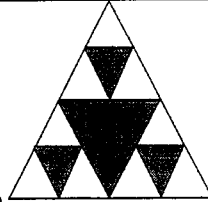
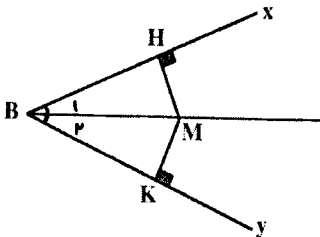
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://ace.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۴	جاهای خالی را به طور مناسب پر کنید. الف) در تبدیل انتقال $T(x, y) = (x - 3, y + 2)$ بردار انتقال برابر با است. ب) در هر صفحه حد اقل نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. ج) اگر دو صفحه متمایز یک نقطه مشترک داشته باشند، آنگاه در یک مشترک خواهند بود.	۰/۷۵
۱۵	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با یکی از خطهای صفحه P موازی باشد، آنگاه، خط L با صفحه P موازی است.	۱/۲۵
۱۶	اگر O نقطه ای خارج از صفحه ای مانند P باشد، ثابت کنید کلیه خطهای گذرنده از O که با P موازی هستند در یک صفحه موازی P قرار دارند.	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید اگر L و L' دو خط متنافر باشند، از هر نقطه A یک و تنها یک خط می گذرد که بر L و L' عمود است.	۱/۵
	«موفق باشید»	جمع نمره
		۲۰

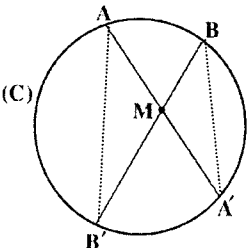
ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<table border="1"> <tr> <td>مرحله</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>تعداد مثلث‌ها</td> <td>۱</td> <td>۳</td> <td>۹</td> <td>...</td> <td>3^n</td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> 	مرحله	۰	۱	۲	...	n	تعداد مثلث‌ها	۱	۳	۹	...	3^n	۱
مرحله	۰	۱	۲	...	n									
تعداد مثلث‌ها	۱	۳	۹	...	3^n									
۲	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵)	۱												
۳	<p>فرض کنیم M نقطه‌ای دلخواه درون مثلث متساوی‌الاضلاع ABC باشد از M به رأس‌های A، B و C وصل می‌کنیم. (۰/۲۵) اگر h ارتفاع مثلث ABC باشد داریم $S_{ABC} = S_{AMC} + S_{AMB} + S_{BMC}$ (۰/۲۵)</p> <p>پس: (۰/۲۵) $AB = AC = BC$ چون $\frac{1}{2}h \times BC = \frac{1}{2}MH \times BC + \frac{1}{2}MH' \times AC + \frac{1}{2}MH'' \times AB$</p> <p>(۰/۲۵) $h = MH + MH' + MH''$ بنابراین مجموع فواصل نقطه M از اضلاع، مقدار ثابت h می‌باشد</p>	۱												
۴	<p>فرض: $\hat{A} > \hat{B}$ حکم: $BC > AC$</p> <p>برهان خلف: فرض می‌کنیم $AC \geq BC$ (۰/۲۵) دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:</p> <p>الف) $AC = BC$ در این حالت مثلث متساوی‌الساقین است. پس $\hat{A} = \hat{B}$ که این خلاف فرض است. (۰/۵)</p> <p>ب) $AC > BC$ در این حالت با توجه به قضیه لولا $\hat{A} < \hat{B}$ که این نیز خلاف فرض است. (۰/۵)</p> <p>پس فرض خلف باطل است و حکم درست می‌باشد.</p>	۱/۲۵												
۵	<p>مرحله اول: نقطه M را روی نیمساز زاویه \hat{XBY} در نظر می‌گیریم از M خط‌هایی بر ضلع‌های BX و BY عمود می‌کنیم (۰/۲۵) تا آنها را به ترتیب در H و K قطع کنند دو مثلث BMH و BMK به حالت (وتر و یک زاویه تند) همنهشت هستند، پس $MH = MK$ (۰/۵)</p> <p>مرحله دوم: اگر نقطه M از دو ضلع BX و BY به فاصله‌ی یکسان باشد (۰/۲۵) چون دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی BMH و BMK به حالت تساوی وتر و یک ضلع قائمه همنهشت هستند پس $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (۰/۵) یعنی خطی که از B و M می‌گذرد نیمساز زاویه \hat{XBY} است.</p> 	۱/۵												
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»													

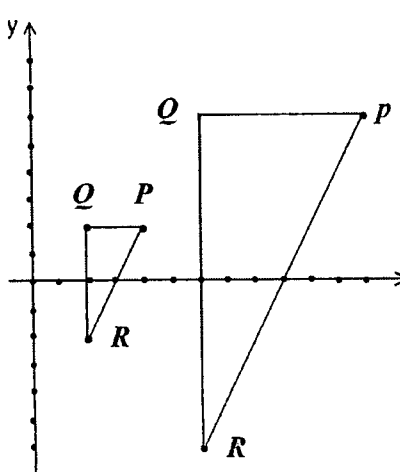
ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	<p>می دانیم که طول مماس های رسم شده از نقطه ای خارج یک دایره با هم برابر است .</p> $AB + AC + BC = AB + AC + BD + DC = AB + AC + BE + CF \quad (۰/۵)$ $= AE + AF = ۲AE \quad (۰/۲۵)$ <p>بنابراین محیط مثلث ABC مستقل از نقطه ی D بوده و مقدار آن ثابت است .</p>	۱
۷	<p>زاویه ی ظلی $B\hat{A}T$ را در دایره ی به مرکز O در نظر می گیریم قطر AD از این دایره را رسم می کنیم و از D به نقطه B وصل می نماییم $(۰/۲۵)$ زاویه ی $A\hat{B}D$ محاطی روبرو به قطر مساوی ۹۰° است پس</p> $D\hat{A}B + B\hat{A}T = ۹۰^\circ \quad (۰/۲۵) \quad (۲) \quad \text{از طرفی} \quad A\hat{D}B + D\hat{A}B = ۹۰^\circ \quad (۰/۲۵) \quad (۱)$ <p>از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می شود $B\hat{A}T = A\hat{D}B$ $(۰/۲۵)$ اما می دانیم $A\hat{D}B = \frac{\widehat{AB}}{۲}$ پس $B\hat{A}T = \frac{\widehat{AB}}{۲}$ $(۰/۲۵)$</p>	۱/۲۵
۸	$۵۰^\circ = \frac{z-t}{۲} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow z-t = ۱۰۰^\circ \quad \text{و} \quad ۷۰^\circ = \frac{z+t}{۲} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow z+t = ۱۴۰^\circ$ $\Rightarrow t = ۲۰^\circ \quad (۰/۲۵) \quad \text{و} \quad z = ۱۲۰^\circ \quad (۰/۲۵)$	۱
۹	<p>برهان: از A به B' و از B به A' وصل می کنیم ، دو مثلث $M\hat{A}'B$ و $M\hat{A}B'$ متشابهند $(۰/۲۵)$ زیرا:</p>  $\left. \begin{aligned} A\hat{M}B' &= A'\hat{M}B \\ \hat{A} &= \hat{B} = \frac{A'B'}{۲} \end{aligned} \right\} (۰/۵) \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \quad (۰/۲۵)$ <p>تکمیل شکل $(۰/۲۵)$ $\Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$</p>	۱/۲۵
۱۰	$TT' = \sqrt{d^2 - (R-R')^2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow TT' = \sqrt{۳۶ - ۱} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow TT' = \sqrt{۳۵}$	۰/۵

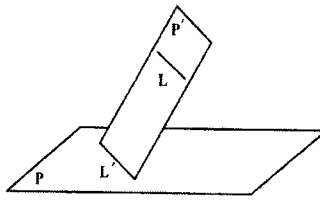
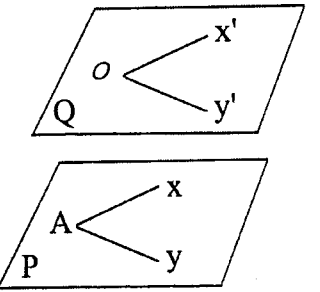
ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱/۷۵	$R(۲, -۲) \xrightarrow{D} R'(۶, -۶) \quad Q(۲, ۲) \xrightarrow{D} Q'(۶, ۶) \quad (۰/۵) \quad P(۴, ۲) \xrightarrow{D} P'(۱۲, ۶)$ $S_{PQR} = \frac{۲ \times ۴}{۲} = ۴(۰/۲۵)$ $S_{P'Q'R'} = \frac{۶ \times ۱۲}{۲} = ۳۶(۰/۲۵) \Rightarrow S_{P'Q'R'} = ۹S_{PQR}(۰/۲۵)$	۱۱
	 <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	
۱/۲۵	$T(x, y) = (x, -y) \quad (۰/۲۵)$ $A \in l \Rightarrow A = (۰, ۲) \xrightarrow{T} A' = (۰, -۲) \quad (۰/۲۵)$ $B \in l \Rightarrow B = (۶, ۰) \xrightarrow{T} B' = (۶, ۰) \quad (۰/۲۵)$ $m_{A'B'} = \frac{y_{A'} - y_{B'}}{x_{A'} - x_{B'}} = \frac{-۲ - ۰}{۰ - ۶} (۰/۲۵) = \frac{۱}{۳} \Rightarrow y - ۰ = \frac{۱}{۳}(x - ۶) (۰/۲۵) \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}x - ۲$	۱۲
۱/۵	$\begin{cases} OC = OA \\ \hat{AOC} = ۱۸۰^\circ \end{cases} \Rightarrow (O \text{ تحت دوران } ۱۸۰ \text{ به مرکز } O) \quad A \longrightarrow C \text{ و } C \longrightarrow A \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} OB = OD \\ \hat{BOD} = ۱۸۰^\circ \end{cases} \Rightarrow (O \text{ تحت دوران } ۱۸۰ \text{ به مرکز } O) \quad B \longrightarrow D \text{ و } D \longrightarrow B \quad (۰/۲۵)$ بنابراین $\hat{BAC} \longrightarrow \hat{DCA}$ (۰/۲۵) چون دوران اندازه زاویه راثابت نگه می دارد پس $\hat{BAC} = \hat{DCA}$ (۰/۲۵) بنابراین $AB \parallel CD$ (۰/۲۵) به همین ترتیب $\hat{DAC} = \hat{BCA}$ می باشد بنابراین $AD \parallel CB$ (۰/۲۵) پس چهار ضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است.	۱۳
۰/۷۵	(الف) $(-۳, ۲)$ (۰/۲۵) (ب) سه (۰/۲۵) (ج) خط (۰/۲۵)	۱۴
«ادامه در صفحه ی چهارم»		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۵	<p>اگر خط L در صفحه P باشد حکم برقرار است (۰/۲۵)</p> <p>فرض کنیم خط L در صفحه P قرار ندارد. اگر L' خطی از صفحه P باشد که با L موازی است L و L' متمایزند. صفحه A را که از این دو خط موازی می‌گذرد P' می‌نامیم (۰/۲۵).</p>  <p>فصل مشترک دو صفحه P و P' همان خط L' است. (۰/۲۵)</p> <p>اگر خط L صفحه P را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد، (۰/۲۵) یعنی دو خط L و L' متقاطع خواهند شد که خلاف فرض است. پس خط L صفحه P را قطع نمی‌کند و با آن موازی است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۶	<p>دو خط AX و AY را در صفحه P در نظر می‌گیریم. (۰/۲۵)</p> <p>از نقطه O خطوط OY' و OX' را موازی خطوط AY و AX رسم می‌کنیم سپس صفحه Q گذرنده از دو خط OY' و OX' را رسم می‌نامیم (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین صفحه P با صفحه Q موازی خواهد بود. (۰/۲۵)</p> <p>هر خطی که از نقطه O بگذرد با صفحه P موازی باشد در صفحه Q قرار می‌گیرد (۰/۲۵)</p> <p>زیرا در غیر این صورت صفحه Q را قطع می‌کند.</p> <p>بنابراین صفحه P را که موازی با صفحه Q است نیز قطع می‌کند (۰/۲۵)</p> 	۱/۲۵
۱۷	<p>از نقطه A صفحه P را عمود بر خط L رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) همچنین از نقطه A صفحه Q را بر خط L' عمود رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) فصل مشترک صفحه‌های P و Q یعنی خط Δ جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا</p> $\left. \begin{array}{l} L \perp P \Rightarrow L \perp \Delta \\ L' \perp Q \Rightarrow L' \perp \Delta \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta \text{ بر هر دو خط } L \text{ و } L' \text{ عمود است. (۰/۲۵)}$ <p>صفحه‌های P و Q بر هم منطبق نیستند زیرا در غیر این صورت L و L' متناظر نیستند و این خلاف فرض است. (۰/۲۵)</p> <p>خط Δ منحصر به فرد است زیرا صفحه‌های P و Q منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵)</p>	۱/۵
	جمع نمره	۲۰
	«موفق باشید»	