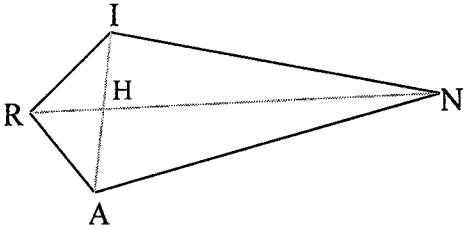
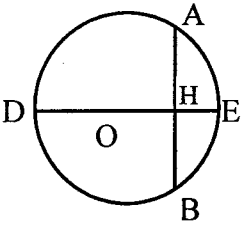


باسمه تعالی

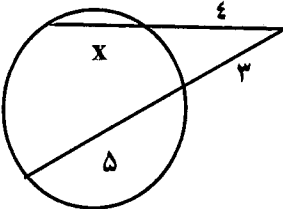
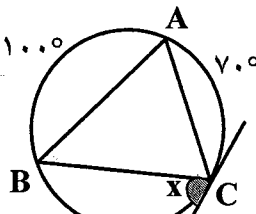
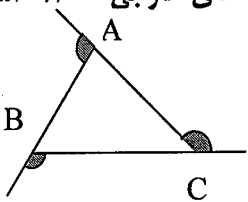
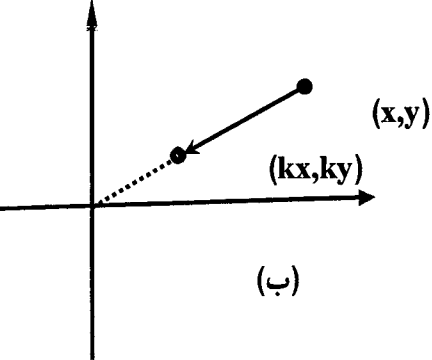
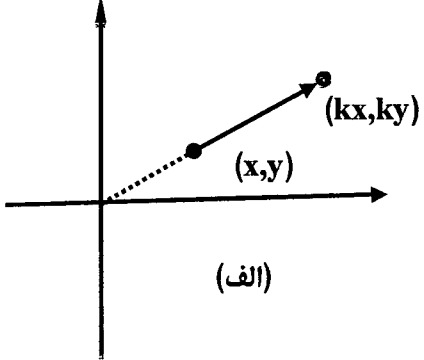
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱	واژه‌های زیر را تعریف کنید. الف) مثال نقض ب) تبدیل تجانس پ) دو خط متنافر	۱/۵
۲	قضیه: ثابت کنید در هر مثلث نیمساز هر زاویه ی داخلی، ضلع روبه رو به آن زاویه را به نسبت دو ضلع زاویه قطع می کند.	۱/۷۵
۳	در چهار ضلعی IRAN، دو قطر RN و IA یکدیگر را در H قطع می کنند. با استفاده از برهان خلف نشان دهید اگر $RA=RI$ و $NI \neq NA$ آنگاه RN نیمساز زاویه IRA نیست. 	۱
۴	دو نقطه A و B و خط d در یک صفحه واقعدند. نقطه ای روی خط d بیابید که از دو نقطه ی A و B به یک فاصله باشد. مساله چند جواب دارد؟ (بحث کنید)	۱
۵	درستی یا نادرستی جملات زیر را معلوم کنید. الف) نقطه ی همرسی میانه های مثلث، مرکز ثقل آن است. ب) هر زاویه ی خارجی یک چند ضلعی از هر زاویه ی داخلی آن بزرگتر است. پ) در تبدیل تجانس خط هایی که نقطه های نظیر را به هم وصل می کنند، در مرکز تجانس همرسند. ت) اگر سه صفحه دو به دو متقاطع باشند، آنگاه فصل مشترک های این سه صفحه، سه خط موازیند.	۱
۶	قضیه: ثابت کنید در هر دایره قطر عمود بر وتر، آن وتر و کمان های نظیر آن وتر را نصف می کند. 	۱
۷	پاره خط AB به طول $۳\sqrt{۲}$ سانتی متر و کمان در خور زاویه ی $۴۵^\circ$ روبه رو به این پاره خط مفروض است. شعاع دایره ای را که این کمان در خور بخشی از آن است و فاصله مرکز این دایره از پاره خط AB را تعیین کنید.	۱
۸	قضیه: ثابت کنید اندازه ی زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود برابر نصف مجموع اندازه ی دو کمانی از دایره است که به ضلع ها و امتداد ضلع ها ی آن زاویه محدودند.	۰/۷۵
	«ادامه در صفحه ی دوم»	

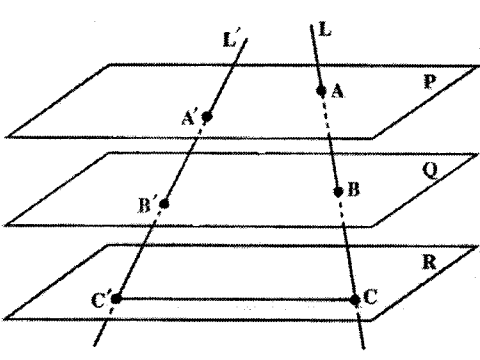
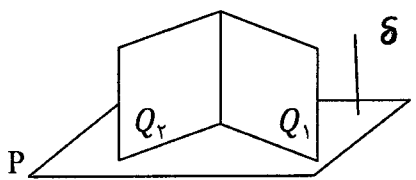
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۵		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۹	مقدار $x$ را در هریک از شکل های زیر بدست آورید	۱/۲۵
	 (ب)	
	 (الف)	
۱۰	مقدار $a$ را چنان بیابید که اندازه ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۸ و ۲ و خط المکزین $d=10$ برابر $1-3a$ باشد. سپس تعیین کنید این دو دایره چند مماس مشترک داخلی دارند.	۱
۱۱	نقاط $A(2,3)$ و $B(-1,4)$ را در نظر بگیرید. الف) مختصات تصویر نقاط $A$ و $B$ را تحت تبدیل $R(x,y)=(-y,-x)$ بدست آورید. ب) طول پاره خط $AB$ و تصویرش و همچنین شیب خط $AB$ و تصویرش را بدست آورده و با هم مقایسه کنید.	۱/۲۵
۱۲	خط $x-3y+6=0$ مفروض است. معادله ی تصویر خط را تحت دوران به مرکز $O(0,0)$ و زاویه ی $270^\circ$ به دست آورید.	۱/۲۵
۱۳	با استفاده از ویژگی های تبدیل انتقال، ثابت کنید در مثلث دلخواه $ABC$ مجموع زاویه های خارجی $360^\circ$ است.	۱/۲۵
		
۱۴	باتوجه به تبدیل تجانس تعیین کنید کدام یک از شکل های زیر انقباض و کدام یک انبساط است.	۰/۵
	 (ب)	 (الف)
«ادامه در صفحه ی سوم»		

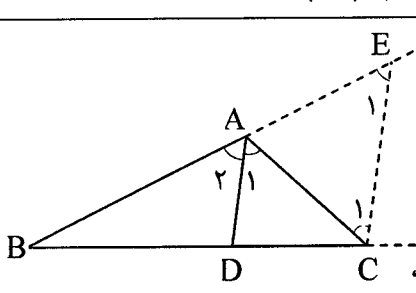
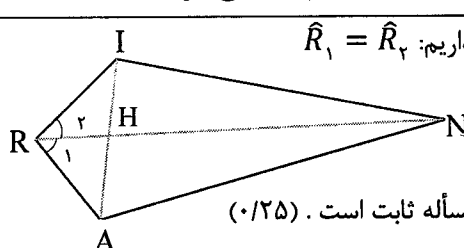
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱۵	<p>جاهای خالی را بطور مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) اگر قسمتی از یک شکل باکل شکل متشابه باشد، آن شکل ..... نامیده می شود.</p> <p>(ب) از هر نقطه مانند A در فضا..... صفحه می گذرد که بر خطی مانند L عمود باشد.</p> <p>(پ) از هر دو نقطه ی متمایز در فضا ..... صفحه می گذرد.</p> <p>(ت) حد اقل ..... نقطه در فضا وجود دارد که در یک صفحه قرار ندارد.</p>	۱	
۱۶	<p>قضیه (تالس در فضا): اگر P، Q و R سه صفحه موازی باشند و دو خط L و L' این صفحه ها را به ترتیب در نقطه های B، C و A'، B'، C' قطع کنند، آنگاه:</p> $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$ 	۱/۷۵	
۱۷	<p>ابتدا از نقطه A خارج صفحه P، خطی موازی P رسم کنید. (روش رسم را توضیح دهید)</p> <p>سپس مشخص کنید چند خط می توان از یک نقطه ی مفروض موازی یک صفحه ی مفروض گذراند.</p>	۱	
۱۸	<p>اگر دو صفحه متقاطع <math>Q_1</math> و <math>Q_2</math> بر صفحه P عمود باشند، ثابت کنید فصل مشترک دو صفحه <math>Q_1</math> و <math>Q_2</math> بر صفحه P عمود است.</p> <p>(راهنمایی: یک خط <math>\delta</math> عمود بر صفحه P در نظر بگیرید. وضعیت خط <math>\delta</math> نسبت به دو صفحه <math>Q_1</math> و <math>Q_2</math> چگونه است)</p> 	۰/۷۵	
	موفق باشید	جمع نمره	۲۰

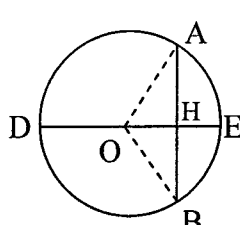
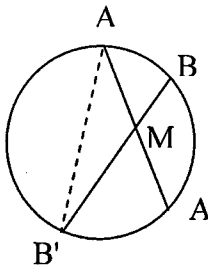
ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۵	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱/۵	<p>الف) به مثالی که نشان دهد یک نتیجه گیری یا یک حدس کلی نادرست است مثال نقض گفته می شود. (۰/۵)</p> <p>ب) تجانس به مرکز O و نسبت k تبدیلی است که هر نقطه ی A در صفحه را به نقطه ای مانند A' از آن صفحه طوری نظیر کند که:</p> <p>الف) مرکز تجانس یعنی نقطه ی O ثابت باشد.</p> <p>ب) A' روی نیم خط OA قرار گیرد و <math>OA' = k \cdot OA</math> (۰/۵)</p> <p>پ) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط متناظر می نامیم. (۰/۵)</p>	۱
۱/۷۵	<p>برهان: فرض کنیم AD نیمساز داخلی زاویه A باشد ضلع های BA و BC را E قطع کند. (۰/۲۵)</p>  <p>امتداد می دهیم و از راس C خطی به موازات نیمساز زاویه ی A (یعنی AD) رسم می کنیم تا امتداد BA را در E قطع کند. (۰/۲۵) چون AD موازی CE است، اگر AC را به عنوان خط مورب در نظر بگیریم آنگاه: <math>\hat{A}_1 = \hat{C}_1</math> (۱)، و اگر BE را به عنوان خط مورب آنها در نظر بگیریم آنگاه: <math>\hat{A}_2 = \hat{E}_1</math> (۲). (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی طبق فرض مسئله، AD نیمساز است در نتیجه: <math>\hat{A}_1 = \hat{A}_2</math> (۳)، حال از رابطه های (۱)، (۲) و (۳) می توان نتیجه گرفت: <math>\hat{C}_1 = \hat{E}_1</math> (۴)، پس مثلث AEC متساوی الساقین است و <math>AE = AC</math> (۴). (۰/۲۵) در مثلث BEC، موازی EC است، پس طبق قضیه ی تالس داریم: <math>\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{DC}</math> (۵) با توجه به رابطه ی (۴) اگر در رابطه ی (۵) به جای AE مساوی آن AC را جایگزین کنیم، خواهیم داشت: <math>\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}</math> (۰/۲۵) که حکم ثابت می شود.</p>	۲
۱	<p>برهان خلف: فرض کنیم RN نیمساز زاویه ی ARI باشد. (۰/۲۵) بنابراین داریم: <math>\hat{R}_1 = \hat{R}_2</math></p>  <p>در نتیجه: <math>\triangle RIN \cong \triangle RAN</math> (ض ز ض) (۰/۲۵)، پس <math>IN = AN</math></p> <p>که این با فرض مسئله تناقض دارد (۰/۲۵)، بنابراین فرض خلف باطل و حکم مسئله ثابت است. (۰/۲۵)</p>	۳
۱	<p>ابتدا دو نقطه ی A و B را به هم وصل کرده، سپس عمود منصف آن را رسم می کنیم. (۰/۲۵)</p> <p>محل تقاطع پاره خط AB با خط d جواب مساله است.</p> <p>۱- اگر عمود منصف پاره خط AB بر خط d منطبق شود مساله بیشمار جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>۲- اگر عمود منصف پاره خط AB با خط d متقاطع باشد، محل تقاطع آنها جواب مساله است و مساله یک جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>۳- اگر عمود منصف پاره خط AB با خط d موازی و غیر منطبق بر d باشد، مساله جواب ندارد. (۰/۲۵)</p>	۴
۱	<p>الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵)</p>	۵
«ادامه در صفحه ی دوم»		

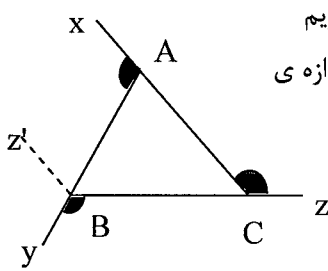
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹: صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	<p>برهان: از مرکز دایره به نقاط A و B وصل می‌کنیم. (۰/۲۵) در مثلث متساوی الساقین <math>\triangle OAB</math></p>  <p>می‌دانیم ارتفاع OH نیمساز رأس <math>\hat{O}</math> (۰/۲۵) و میانه ضلع AB نیز است. (۰/۲۵) بنابراین:</p> $A\hat{O}E = B\hat{O}E \text{ و } AH = HB \text{ در نتیجه: } \widehat{AE} = \widehat{BE} \text{ (۰/۲۵)}$	۱
۷	$R = \frac{a}{r \sin a} \xrightarrow{(۰/۲۵)} R = \frac{r\sqrt{r}}{r(\frac{r}{r})} = r \text{ (۰/۲۵)} \quad OH = R \cos a  \xrightarrow{(۰/۲۵)} OH = r \frac{\sqrt{r}}{r} \text{ (۰/۲۵)}$	۱
۸	<p>برهان: پاره خط <math>AB'</math> را رسم می‌کنیم. زاویه ی <math>AMB</math> زاویه ی خارجی مثلث <math>AMB'</math> است. (۰/۲۵)</p>  $A\hat{M}B = A\hat{B}'M + B'\hat{A}M \text{ (پس: (۰/۲۵))}$ $A\hat{M}B = A\hat{B}'B + A'\hat{A}B'$ <p>و چون: (۰/۲۵) <math>A\hat{B}'B = \frac{\widehat{AB}}{r}</math> و <math>A'\hat{A}B' = \frac{\widehat{A'B'}}{r} \Rightarrow A\hat{M}B = \frac{\widehat{AB} + \widehat{A'B'}}{r}</math></p> <p>بنابراین حکم ثابت شد.</p>	۰/۲۵
۹	<p>(توجه: به اصلاحیه پایان راهنمای تصحیح توجه شود.) <math>\widehat{BC} = ۱۹۰^\circ \xrightarrow{(۰/۲۵)} \widehat{BC} + ۱۰۰^\circ + ۷۰^\circ = ۳۶۰^\circ</math> الف)</p> $\hat{x} = \frac{\widehat{BC} (۰/۲۵) ۱۹۰^\circ}{r} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \frac{۱۹۰^\circ}{r} = ۹۵^\circ \text{ (زاویه ظلّی) (۰/۲۵)}$ <p>ب) <math>۴(۴+x) = ۳(۳+۵) \xrightarrow{(۰/۲۵)} ۴+x = ۶ \xrightarrow{(۰/۲۵)} x = ۲</math></p>	۱/۲۵
۱۰	$TT' = \sqrt{d^r - (R-R')^r} \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow ۳a - ۱ = \sqrt{۱۰۰ - ۳۶(۰/۲۵)} = ۸ \Rightarrow a = ۳(۰/۲۵)$ <p>این دو دایره یک مماس مشترک داخلی دارند. (۰/۲۵) زیرا مماس برون هستند. (<math>d=R+R'</math>)</p>	۱
«ادامه در صفحه ی سوم»		

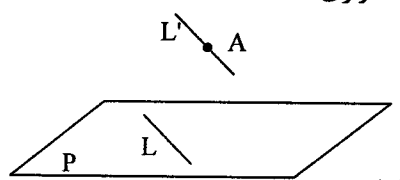
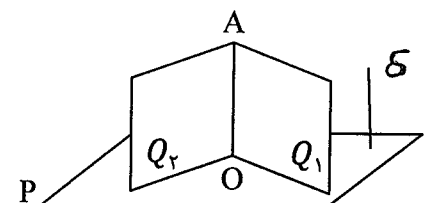
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۱	$R(x, y) = (-y, -x)$ $A(2, 3) \xrightarrow{R} A'(-3, -2)$ , $B(-1, 4) \xrightarrow{R} B'(-4, 1)$ (./۲۵) $AB = \sqrt{(-1-2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ $A'B' = \sqrt{(-4+3)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ (./۲۵) $\rightarrow AB = A'B'$ (./۲۵) $m_{AB} = \frac{4-3}{-1-2} = -\frac{1}{3}$ , $m_{A'B'} = \frac{1+2}{-4+3} = -\frac{3}{1}$ (./۲۵) $\rightarrow m_{AB} \neq m_{A'B'}$ (./۲۵)	۱/۲۵		
۱۲	$R(x, y) = (y, -x)$ (./۲۵) $x - 3y + 6 = 0$ $A \in L \Rightarrow A = (0, 2) \xrightarrow{R} A'(2, 0)$ (./۲۵) $B \in L \Rightarrow B = (-6, 0) \xrightarrow{R} B'(0, 6)$ (./۲۵) $m_{A'B'} = \frac{6-0}{0-2} = -3$ (./۲۵) $y - 0 = -3(x - 2)$ (./۲۵) $\Rightarrow y = -3x + 6$	۱/۲۵		
۱۳	<p>ابتدا <math>BZ'</math> را موازی <math>AX</math> رسم می‌کنیم سپس بردار <math>AB</math> را بردار انتقال در نظر می‌گیریم، تحت این انتقال زاویه <math>BAX</math> به زاویه <math>YBZ'</math> منتقل می‌شود. (./۲۵) همچنین بردار <math>CB</math> را بردار انتقال دیگری در نظر می‌گیریم که تحت این انتقال زاویه <math>ZCA</math> به <math>CBZ'</math> منتقل می‌شود. (./۲۵) می‌دانیم که انتقال اندازه زاویه را حفظ می‌کند. (./۲۵) پس داریم:</p>  $B\hat{A}X \xrightarrow{AB} Y\hat{B}Z'$ $Z\hat{C}A \xrightarrow{CB} C\hat{B}Z'$ $Y\hat{B}C + C\hat{B}Z' + Y\hat{B}Z' = 360^\circ$ (./۲۵) $Y\hat{B}C + Z\hat{C}A + B\hat{A}X = 360^\circ$ (./۲۵)	۱/۲۵		
۱۴	شکل (الف) انبساط (./۲۵)	شکل (ب) انقباض (./۲۵)		
۱۵	الف) خود-متشابه	ب) یک و تنها یک	پ) بی شمار	ت) چهار
«ادامه در صفحه ی چهارم»				

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۶	<p>برهان: طبق شکل خط <math>AC'</math> را رسم می کنیم. این خط صفحه <math>Q</math> را در نقطه ای مانند <math>M</math> قطع می کند. صفحه گذرنده از دو خط متقاطع <math>AC'</math> و <math>AC</math> را <math>P_1</math> و صفحه گذرنده از دو خط متقاطع <math>AC'</math> و <math>A'C'</math> را <math>P_2</math> می نامیم. (۰/۲۵)</p> <p>دو خط <math>CC'</math> و <math>BM</math> در صفحه <math>P_1</math> موازیند. (۰/۲۵) در صفحه <math>P_2</math> با استفاده از قضیه تالس داریم:</p> $\frac{AB}{BC} = \frac{AM}{MC'} \quad (۰/۲۵)$ <p>همچنین دو خط <math>AA'</math> و <math>MB'</math> در صفحه <math>P_2</math> موازیند. (۰/۲۵)</p> <p>و در صفحه <math>P_1</math> با استفاده از قضیه تالس داریم:</p> $\frac{A'B}{B'C} = \frac{AM}{MC}$ <p>از این دو تناسب نتیجه می شود: (۰/۲۵)</p> $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B}{B'C}$ <p>تکمیل شکل (۰/۲۵)</p>	۱/۷۵
۱۷	<p>در صفحه <math>P</math> خط دلخواه <math>L</math> را رسم می کنیم سپس از نقطه <math>A</math>، خط <math>L'</math> را موازی <math>L</math> رسم می کنیم. (۰/۲۵)</p> <p><math>L'</math> با یکی از خط های صفحه <math>P</math> موازی است، پس خط <math>L'</math> با صفحه <math>P</math> موازی است. (۰/۲۵)</p> <p>بیشمار خط از نقطه <math>A</math> به موازات صفحه <math>P</math> می توان رسم کرد. (۰/۲۵)</p>  <p>تکمیل شکل (۰/۲۵)</p>	۱
۱۸	<p>اگر دو صفحه <math>Q_1</math> و <math>Q_2</math> بر صفحه <math>P</math> عمود باشند و <math>AO</math> فصل مشترک آنها باشد، خط <math>\delta</math> عمود بر صفحه <math>P</math> را در نظر می گیریم می دانیم <math>\delta</math> به موازات صفحه های <math>Q_1</math> و <math>Q_2</math> می باشد (۰/۲۵). بنابراین خط <math>\delta</math> به موازات خط <math>AO</math> است (۰/۲۵) پس خط <math>AO</math> بر عمود <math>P</math> است. (۰/۲۵)</p> 	۰/۷۵
۲۰	جمع نمره	«موفق باشید»

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.

توجه: به علت عدم تایپ  $x$  در قسمت (الف) سوال ۹ چنانچه دانش آموزی به قسمت مذکور پاسخ صحیح داده باشد نمره کامل منظور شود. در غیر این صورت نمره به شکل زیر توزیع می گردد:

در سؤال ۸ سطر اول بعد از عبارت رسم می کنیم (۰/۲۵) و در سطر دوم بعد از کلمه پس (۰/۵) و در سؤال ۹ قسمت (ب) بعد از پرانتز دوم (۰/۵) منظور شود.