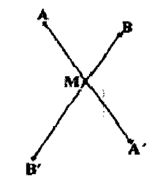
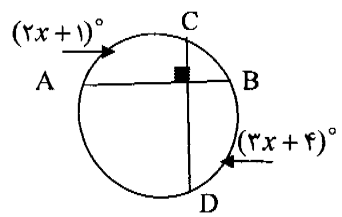
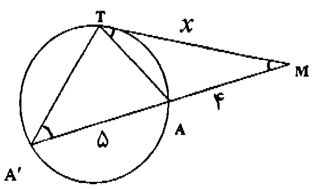
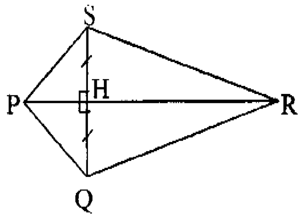
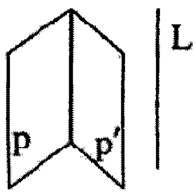
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ : ۳۰ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۲۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	ابتدا مکان هندسی را تعریف کنید سپس مکان هندسی نقطه ای از صفحه را پیدا کنید که از یک خط داده شده ی d به فاصله ی $\frac{۱}{۲}$ باشد.	۱/۲۵
۲	قضیه :ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند.آنگاه زاویه ی مقابل به ضلع بزرگتر ، بزرگتر است از زاویه ی مقابل به ضلع کوچکتر.	۱/۲۵
۳	از تقاطع نیمساز های زاویه های داخلی یک مستطیل ، یک مربع پدید می آید . رابطه ی بین طول ضلع این مربع و اضلاع مستطیل را به دست آورید.	۰/۷۵
۴	ثابت کنید در هر مثلث ، هر میانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور آن کوچکتر است.	۱
۵	با استفاده از خط کش و پرگار خطی موازی یک خط از یک نقطه ی خارج آن خط رسم کنید . (مراحل رسم را توضیح دهید.)	۰/۷۵
۶	قضیه:ثابت کنید در یک دایره از دو وتر نا برابر ، آن که بزرگتر است ، به مرکز دایره نزدیکتر است ، و بعکس.	۱/۵
۷	وضعیت دو دایره نسبت به هم را در حالت های زیر تعیین کنید. الف) $R=۱+\sqrt{۲}$ ، $R'=\sqrt{۲}-۱$ ، $d=۱$ ب) $R=\frac{۱}{۳}$ ، $R'=\frac{۱}{۲}$ ، $d=\frac{۵}{۶}$	۰/۵
۸	با استفاده از تعریف زاویه ی محاطی ، نشان دهید مجموع زاویه های داخلی هر مثلث ۱۸۰° است .	۰/۷۵
۹	عکس قضیه (رابطه طولی در دایره):ثابت کنیداگر دو پاره خط AA' و BB' در نقطه M یکدیگر را طوری قطع کنند که $MA\times MA'=MB\times MB'$ آنگاه چهار نقطه ی A ، A' ، B و B' روی یک دایره اند.  	۱/۲۵
۱۰	مقدار x را در هر یک از شکل های زیر بدست آورید.  الف)  ب)	۱
	«ادامه در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ : ۳۰ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۲۵ / ۱۰ / ۱۳۹۰	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	نقاط $O=(۰,۰)$ و $P=(۶,-۲)$ و $Q=(۷,۱)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) نمودار مثلث OPQ و تصویرش تحت تبدیل $R(x,y)=(-y,x)$ را رسم کنید. ب) طول و شیب ضلع PQ از مثلث OPQ و ضلع $P'Q'$ از مثلث تصویر را به دست آورید و با هم مقایسه کنید.	۱/۷۵
۱۲	سه مورد از ویژگیهای تجانس را بنویسید .	۰/۷۵
۱۳	خط $۳y-۲x=۶$ و تصویرش را تحت انتقال $T(x,y)=(x+۴, y-۲)$ رسم کنید . سپس معادله ی خط تصویر را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	درشکل روبرو PR عمود منصف QS است. با استفاده از ویژگی های تبدیل بازتاب ثابت کنید: $S\hat{P}R=Q\hat{P}R$ 	۱
۱۵	جاهای خالی را به طور مناسب پرکنید. الف) از هر نقطه مانند A در فضا ، .... خط می گذرد که با صفحه ای مانند P موازی باشد . ب)اگر دو خط غیر موازی در دو صفحه ی متمایزو موازی قرارداشته باشند آنگاه با هم............ هستند. پ) صفحه ای که در وسط یک پاره خط بر آن عمود باشد، صفحه ی .... آن پاره خط، می نامیم .	۰/۷۵
۱۶	ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه ی متقاطع ، موازی باشد . آنگاه ، با فصل مشترک آن ها موازی است . 	۱
۱۷	روش رسم هریک از موارد زیر را توضیح دهید. الف) از نقطه ی A روی خط L ، صفحه ای بر خط L عمود کنید. ب) از نقطه ی A خطی رسم کنید که بر صفحه ی P عمود باشد.	۲
۱۸	ثابت کنید اگر خط L برصفحه ی P عمود باشد ،آنگاه هر خطی که بر خط L عمود باشد با صفحه ی P موازی است .	۱/۲۵
	«موفق باشید» جمع نمره	۲۰

باسمه تعالی

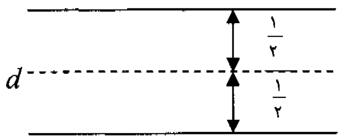
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۳۰ : ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۲۵ / ۱۰ / ۱۳۹۰
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱ (نمره: ۱/۲۵)

مکان هندسی، مجموعه ی همه ی نقطه های صفحه یا فضا است که دارای ویژگی مشترکی هستند. یعنی هر نقطه در این مجموعه دارای این ویژگی است و هر نقطه که آن ویژگی رادارد عضواین مجموعه می باشد.(۰/۵)

مکان هندسی مطلوب دو خط راست به موازات خط d وبه فاصله $\frac{۱}{۲}$ از آن می باشد. (۰/۲۵)



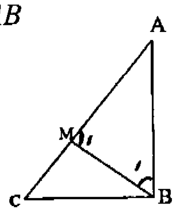
(رسم شکل (۰/۵))

۲ (نمره: ۱/۲۵)

برهان : درمثلث ABC چون AC ازAB بزرگ تراست ، روی AC به اندازه AB جدا می کنیم وآن را AM می نامیم. (۰/۲۵)

فرض : $AC > AB$

حکم : $\hat{B} > \hat{C}$



حال در مثلثMAB داریم:

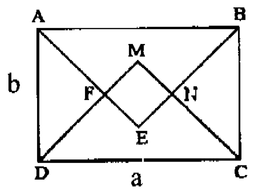
$$\left.\begin{array}{l} AB = AM \Rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{M}_۱ \\ \text{BMC زاویه ی خارجی مثلث } \hat{M}_۱ \Rightarrow \hat{M}_۱ > \hat{C} \quad (./۲۵) \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{B}_۱ > \hat{C} \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$$

از طرفی نقطه ی M بین A و C واقع است ، بنابراین BM نیم خطی داخل زاویه ی $\hat{B}$ است و در نتیجه زاویه ی $\hat{B}_۱$ جزیی از زاویه ی $\hat{B}$ است یعنی (۲) $\hat{B} > \hat{B}_۱$ (۰/۲۵)

حال با مقایسه رابطه ی (۱) و (۲) داریم $\hat{B} > \hat{B}_۱ > \hat{C} \Rightarrow \hat{B} > \hat{C}$ (۰/۲۵) و حکم ثابت می شود.

۳ (نمره: ۰/۷۵)

مثلث های DMC و AFD قائم الزاویه ی متساوی الساقین هستند.داریم :



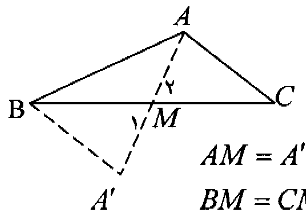
$$\left.\begin{array}{l} DF^۲ = \frac{b^۲}{۲} \Rightarrow DF = \frac{b}{\sqrt{۲}} \quad (۰/۲۵) \\ DM^۲ = \frac{a^۲}{۲} \Rightarrow DM = \frac{a}{\sqrt{۲}} \quad (۰/۲۵) \end{array}\right\} \Rightarrow FM = DM - DF = \frac{a-b}{\sqrt{۲}} \quad (۰/۲۵)$$

« ادامه در صفحه ی دوم »

باسمه تعالی

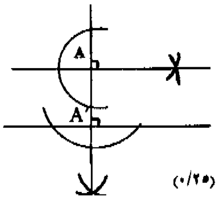
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ : ۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۲۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

<table>
<tr><th>ردیف</th><th>راهنمای تصحیح</th><th>نمره</th></tr>
<tr><td>۴</td><td>
میانه ی AM را از طرف M به اندازه ی AM امتداد می دهیم تا نقطه ی A' به دست آید و از A' به B وصل می کنیم (۰/۲۵)

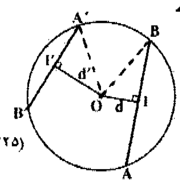


$$\left.\begin{array}{l} AM=A'M\\ BM=CM\\ \hat{M}_۱=\hat{M}_۲\end{array}\right\}\xrightarrow{(\text{ض ز ض})}\overset{\Delta}{AMC}\cong\overset{\Delta}{A'MB}\Rightarrow AC=BA' \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$$

$$\overset{\Delta}{ABA'}:\underset{(۰/۲۵)}{AA'<AB+BA'}\xrightarrow{(۱)}\underset{(۰/۲۵)}{۲AM<AB+AC}\Rightarrow AM<\frac{AB+AC}{۲}$$
</td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۵</td><td>
مساله راحل شده فرض می کنیم . می دانیم که دو خط عمود بر یک خط با هم موازیند .
ابتدا از نقطه ی A بر خط d عمودی رسم می کنیم(۰/۲۵) تا آن را در نقطه ی A' قطع کند. سپس از نقطه ی A خطی عمود بر AA' رسم می کنیم و آن را d' می نامیم . (۰/۲۵) خط d' همان خط مطلوب است.



شکل (۰/۲۵)
</td><td>۰/۷۵</td></tr>
<tr><td>۶</td><td>
برهان: از مرکز دایره عمودهای OH و OH' را به وترهای $AB=l$ و $A'B'=l'$ وارد می کنیم . می دانیم شعاع عمود بریک وتر آن وتر رانصف می کند(۰/۲۵)
$(OH'=d' \;\; , OH=d)$



رسم شکل (۰/۲۵)

$$\overset{\Delta}{OHB}:OB^۲=OH^۲+HB^۲ \qquad \Rightarrow \qquad R^۲=d^۲+\frac{l^۲}{۴} \quad (۰/۲۵)$$
$$\overset{\Delta}{OH'A'}:OA'^۲=OH'^۲+H'A'^۲ \qquad \Rightarrow \qquad R'^۲=d'^۲+\frac{l'^۲}{۴}$$

$$l>l'\Leftrightarrow l^۲>l'^۲\Leftrightarrow \quad (۰/۲۵) \quad R^۲-\frac{l^۲}{۴}<R'^۲-\frac{l'^۲}{۴}(./۲۵)\Leftrightarrow d^۲<d'^۲\Leftrightarrow d<d' \quad (۰/۲۵)$$

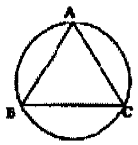
(در صورتی که اثبات یک طرفه نوشته شده باشد،(۰/۲۵)کسرشود.)
</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td></td><td>«ادامه در صفحه ی سوم »</td><td></td></tr>
</table>

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۳۰ : ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۲۵ / ۱۰ / ۱۳۹۰
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	الف) متداخل (۰/۲۵) ب) مماس برون(۰/۲۵)	۰/۵

ردیف ۸ — نمره: ۰/۷۵

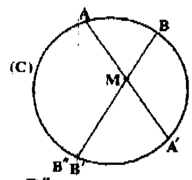


$\hat{B}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ و $\hat{A}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$ و $\hat{C}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$ (۰/۲۵)

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BC}) \quad (0/25)$$

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=\frac{1}{2}(360^\circ)=180^\circ \quad (0/25)$$

ردیف ۹ — نمره: ۱/۲۵



بر سه نقطه ی A ، B و A' یک دایره می گذرانیم(۰/۲۵) (دایره C) اگر این دایره از نقطه ی B' بگذرد،حکم ثابت است(۰/۲۵).اما اگر این دایره از B' نگذرد، خط MB را در نقطه ی دیگری مانند B'' قطع خواهد کرد.در این صورت خواهیم داشت: $MA\cdot MA'=MB\cdot MB''$ (۰/۲۵)
از مقایسه ی این رابطه با فرض قضیه ، نتیجه می شود $MB'=MB''$ (۰/۲۵) و این نشان میدهد که B'' بر B' منطبق است (۰/۲۵) یعنی دایره ای که بر سه نقطه ی A ، B و A' گذشته است،از نقطه ی B' نیز می گذرد.
پس چهار نقطه ی A ، A' ، B و B' روی یک دایره واقع هستند.

ردیف ۱۰ — نمره: ۱

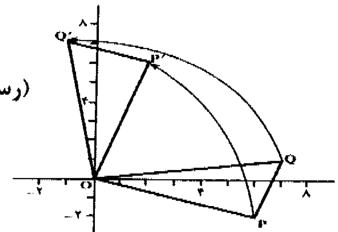
الف) $\frac{2x+1+3x+4}{2}=90^\circ$ (۰/۲۵) $\rightarrow 5x+5=180 \Rightarrow x=35^\circ$ (۰/۲۵)

ب) $x^2=4\times 9$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x=6$ (۰/۲۵)

ردیف ۱۱ — نمره: ۱/۷۵

$R(x,y)=(-y,x)$
$O(0,0)\rightarrow O'(0,0)$
$P(6,-2)\rightarrow P'(2,6)$ (۰/۲۵)
$Q(7,1)\rightarrow Q'(-1,7)$

(رسم شکل(۰/۵))



$|PQ|=\sqrt{(7-6)^2+(1+2)^2}=\sqrt{10}$ (۰/۲۵)
$|P'Q'|=\sqrt{(-1-2)^2+(7-6)^2}=\sqrt{10}$

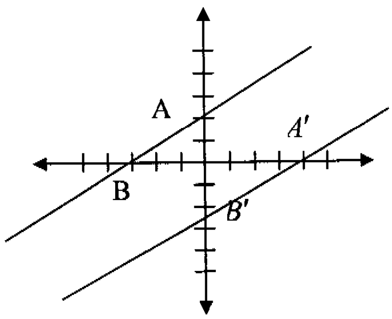
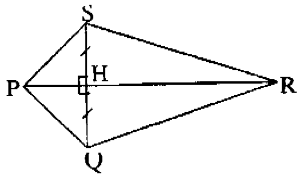
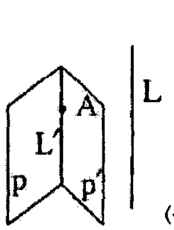
$\Rightarrow |PQ|=|P'Q'|$ (۰/۲۵)
تحت این دوران طول پاره خط ها ثابت می ماند.

$m_{PQ}=\frac{1+2}{7-6}=3 \quad , m_{P'Q'}=\frac{7-6}{-1-2}=-\frac{1}{3}$ (۰/۲۵)
شیب خط ها ثابت نمی ماند (۰/۲۵)

«ادامه در صفحه ی چهارم »

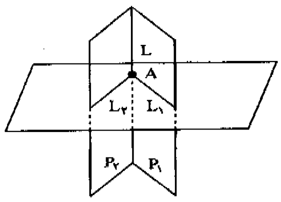
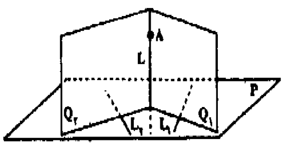
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ : ۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۲۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	سه مورد از ویژگی های زیر بیان شود:(هر مورد ۰/۲۵) ۱. تجانس شیب خط را حفظ می کند. ۲. تحت تجانس ،مرکز تجانس ثابت می ماند. ۳. تجانس طول را حفظ نمی کند.(مگر در حالتی که $K=1$) ۴. تجانس طول را با ضریب K و مساحت را باضریب K^2 تغییر می دهد. ۵. خط هایی که نقطه های نظیر را به هم وصل می کنند ،در مرکز تجانس همرسند.	۰/۷۵
۱۳	$T(x,y)=(x+4,y-2) \quad ; \quad 3y-2x=6$ $A=(0,2)\xrightarrow{T}A'(4,0) \quad (0/25)$ $B=(-3,0)\xrightarrow{T}B'(1,-2) \quad (0/25)$ $m'=\frac{-2-0}{1-4}=\frac{2}{3} \quad (0/25)$ $y-0=\frac{2}{3}(x-4) \quad (0/25)\Rightarrow 3y-2x+8=0$  (رسم شکل (۰/۵))	۱/۵
۱۴	PR را به عنوان محور تقارن در نظر می گیریم.(۰/۲۵)تحت بازتاب نسبت به خط PRداریم :  $\begin{Bmatrix} S\to Q \\ P\to P \\ R\to R \end{Bmatrix}\xrightarrow{(0/25)} S\hat{P}R\to Q\hat{P}R \quad (0/25)$ $\Rightarrow S\hat{P}R=Q\hat{P}R \quad (0/25)$	۱
۱۵	الف)بی شمار(۰/۲۵) ب)متنافر(۰/۲۵) پ)عمود منصف(۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۶	فرض می کنیم خط L موازی دو صفحه ی متقاطع P', P باشد.از یک نقطه ی فصل مشترک مانند A خط 'L راموازی L رسم می کنیم.(۰/۲۵)چون خط L با صفحه ی P موازی است ، خط 'L به تمامی در صفحه ی P قرار دارد. (۰/۲۵) بااستدلالی مشابه خط 'L به تمامی در صفحه ی 'P قرار دارد.(۰/۲۵) پس 'L همان فصل مشترک دو صفحه ی متقاطع P', P است که با خط L موازی است. (۰/۲۵) 	۱
	«ادامه در صفحه ی پنجم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۳۰ : ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۲۵ / ۱۰ / ۱۳۹۰
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۷	الف)می توانیم از خط L بی شمار صفحه بگذرانیم.(۰/۲۵) دو صفحه ی متمایزاز این صفحه ها را P_1 و P_2 می نامیم.از نقطه ی A در صفحه ی P_1، خط L_1را عمود بر L رسم می کنیم(۰/۲۵).به طور مشابه،از نقطه ی A در صفحه P_2 ،خط L_2 را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵)خط های L_1 و L_2 متقاطع اند.وخط L بر هر دوی آنها عمود است.طبق قضیه اساسی تعامد، خط L بر صفحه گذرنده از L_1 و L_2 نیز عمود است. (۰/۲۵)این صفحه همان صفحه مطلوب است.  ب)دو خط غیر موازی L_1 و L_2 را در صفحه ی P در نظر می گیریم(۰/۲۵) از نقطه ی A صفحه ی Q_1 را عمود بر L_1(۰/۲۵) و صفحه ی Q_2 را عمود بر L_2(۰/۲۵) رسم می کنیم.این دو صفحه متقاطع اند ؛ فصل مشترک آنها را L می نامیم. طبق قضیه اساسی تعامد ، L بر صفحه ی P عمود است (۰/۲۵)و L همان خط مطلوب است.  	۲
۱۸	خط L را عمود بر صفحه P و خط L'را عمود بر خط L در نظر می گیریم. از نقطه ی A روی خط L خط L'' راموازی L' رسم می کنیم. (۰/۲۵)بنابراین $L \perp L''$. صفحه ی شامل L و L'' را Q می نامیم . (۰/۲۵)فصل مشترک P و Qرا L_1 می نامیم. بنابراین $\begin{matrix} L \perp L'' \\ L \perp L_1 \end{matrix} \Rightarrow L_1 \parallel L'' \Rightarrow L_1 \parallel L'$ (۰/۵) یعنی L' با یکی از خطوط صفحه ی P موازی است پس با P موازی است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
	«موفق باشید » جمع نمره	۲۰

مصححین محترم: لطفا به راه حل های درست ومنطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.