

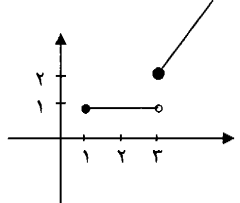
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۰	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات		نمره

۱	هر یک از اعداد زوج طبیعی کوچکتر از ۲۰ را روی یک کارت نوشته و یکی از کارت‌ها را به تصادف برمی‌داریم؛ مطلوب است: الف) فضای نمونه ای این آزمایش ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت اول یا مضرب ۳ باشد.	۰/۷۵
۲	در کیسه ای ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه وجود دارد. از این کیسه ۲ مهره به تصادف خارج می‌کنیم، احتمال آن که هر دو مهره هم‌رنگ باشند را به دست آورید.	۱/۲۵
۳	تاسی را سه بار می‌اندازیم. مطلوب‌ست احتمال آن که مجموع اعداد رو شده سه تاس کوچکتر از ۵ باشد.	۱
۴	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر A, B دو پیشامد از هم باشند، آنگاه: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ب) پیشامد $A = \emptyset$ را پیشامد و پیشامد $A = S$ را پیشامد می‌نامیم. ج) اگر $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ باشد، آنگاه $P(A \cap B)$ است.	۱
۵	اگر $A = \{x \in R \mid -2 \leq x \leq 4\}$ و $B = \{x \in R \mid x > 2\}$ باشند، $A \cup B$ و $A \cap B$ را به صورت بازه نوشته و روی محور اعداد مشخص کنید.	۱/۵
۶	نامعادله $\frac{3}{x-4} + \frac{5}{x+4} > \frac{8}{x^2-16}$ را حل کنید.	۱/۷۵
۷	دامنه توابع زیر را به دست آورید. الف) $f(x) = \sin \frac{1}{x+2}$ ب) $g(x) = \frac{-5}{\sqrt{x+1}}$	۰/۵
۸	اگر توابع $f(x) = \sqrt{x+7}$ و $g(x) = x^2 - 1$ باشند، مطلوب است: الف) محاسبه ی مقدار $(g+2f)(2)$ ب) تعیین دامنه f, g و دامنه $\frac{f}{g}$ (با استفاده از تعریف)	۲/۲۵
۹	اگر $f \circ g(x) = 8x + 12$ و $f(x) = 2x + 4$ باشند، تابع $g(x)$ را تعیین کنید.	۱
	«ادامه‌ی سوالات در صفحه ی دوم»	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۰	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات	نمره	

۱۰	باتوجه به نمودار تابع $f(x)$ ، حاصل عبارات زیر را بنویسید.  <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ د) $f(2)$</p>	
۱۱	حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \Delta x + 4}{x^2 - x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\Delta x^2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x^2 + 2x + 1}}{\Delta x^2}$	
۱۲	مقدار a, b را چنان بیابید که تابع زیر در $x_0 = 2$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & x > 2 \\ 1 & x = 2 \\ x + a & x < 2 \end{cases}$	
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = (4x - 1)^2 (x^2 - x)$ ب) $h(x) = \frac{-\Delta x}{x + 1}$ ج) $g(x) = \cot(2x) + \sin^2(x)$	
۱۴	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در $x_0 = 1$ به دست آورید.	
۱۵	تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - x + 3$ داده شده است. آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی از $x_1 = 1$ به $x_2 = 5$ تغییر می‌کند، تعیین کنید.	
۲۰	جمع نمره	«موفق باشید»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۰
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در (دی ماه) سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																														
۱	الف) $S = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 \}$ (۰/۲۵) ب) $A = \{ 2, 6, 12, 18 \}$ (۰/۵)	۰/۲۵																														
۲	$n(S) = \binom{7}{2} = 21$ (۰/۲۵) $n(A) = \binom{3}{2} + \binom{3}{1} = 3 + 6 = 9$ (۰/۲۵) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵																														
۳	$n(S) = 6^2 = 216$ (۰/۲۵) $A = \left\{ (1,1), (1,2), (2,1), (2,1) \right\} \rightarrow n(A) = 4 \rightarrow p(A) = \frac{1}{54}$ (۰/۲۵)	۱																														
۴	الف) مستقل (۰/۲۵) ب) ۱- نشدنی (۰/۲۵) ۲- حتمی (۰/۲۵) ج) $P(A \cap B) = 0$ (۰/۲۵)	۱																														
۵	$A \cup B = [-2 + \infty)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $A \cap B = (2, 4]$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۲/۵																														
۶	$\frac{2(x+4) + 5(x-4) - 8}{(x-4)(x+4)} > 0 \rightarrow \frac{3x+12+5x-20-8}{x^2-16} > 0 \rightarrow p = \frac{8x-16}{x^2-16} > 0$ (۰/۲۵) جدول (۰/۵) <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-4</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$8x-16$</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>x^2-16</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>p</td> <td>-</td> <td>ت</td> <td>۰</td> <td>ت</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>جواب</td> <td></td> <td>جواب</td> <td></td> </tr> </table> $\{ x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 2 \text{ یا } 4 < x \}$ (۰/۲۵)	x	$-\infty$	-4	2	4	$+\infty$	$8x-16$	-	-	۰	+	+	x^2-16	+	۰	-	-	+	p	-	ت	۰	ت	+			جواب		جواب		۱/۲۵
x	$-\infty$	-4	2	4	$+\infty$																											
$8x-16$	-	-	۰	+	+																											
x^2-16	+	۰	-	-	+																											
p	-	ت	۰	ت	+																											
		جواب		جواب																												
۷	ب) $D_g = \{ x \in \mathbb{R} \mid x+1 \neq 0 \} = \mathbb{R} - \{-1\}$ (۰/۲۵) الف) $D_f = \left\{ x \mid \frac{1}{x+2} \in \mathbb{R} \right\} = \mathbb{R} - \{-2\}$ (۰/۲۵)	۰/۵																														
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»																															

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۰
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در (دی ماه) سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۸	<p>الف) $(g + 2f)(y) = g(y) + 2f(y) = 3 + 2(3) - 9$ (./۲۵)</p> <p>ب)</p> <p>$D_f : x + 7 \geq 0 \rightarrow x \geq -7$ (./۲۵)</p> <p>$D_g : R$ (./۲۵)</p> <p>$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x g(x) = 0\}$ (./۲۵)</p> <p>$D_{\frac{f}{g}} = [-7, +\infty) - \{x^2 - 1 = 0\}$ (./۵) $D_{\frac{f}{g}} = [-7, +\infty) - \{-1, 1\}$ (./۲۵)</p>	
---	--	--

۹	<p>$f \circ g(x) = 8x + 12 \rightarrow f(g(x)) = 8x + 12$ (./۲۵)</p> <p>$f(x) = 2x + 4 \Rightarrow f(g(x)) = 2g(x) + 4 \rightarrow 2g(x) + 4 = 8x + 12$ (./۲۵)</p> <p>$g(x) = \frac{8x + 8}{2} = 4x + 4$ (./۲۵)</p>	
---	--	--

۱۰	هر مورد ۰/۲۵ نمره	۲) د	۱) ج	۱) ب	۲) الف
----	-------------------	------	------	------	--------

۱۱	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-4}{x} = -3$ (./۲۵)</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\Delta x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{\Delta x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\Delta x \times \frac{1}{2} \times x \times \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ (./۲۵)</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x^2 + 3x^2 + 1}}{\Delta x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x^2}}{\Delta x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{\Delta x^2} = \frac{2}{\Delta}$ (./۲۵)</p>	
----	--	--

«ادامه در صفحه‌ی سوم»

باسمه تعالی

رشته‌ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۰	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در (دی ماه) سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4a + 2b + 1 \quad (./25) \longrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + 1 = 1 \\ 2 + a = 1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a = -1 \quad (./25) \\ b = 2 \quad (./25) \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2 + a \quad (./25)$ $f(2) = 1$	۱/۲۵
۱۳	<p>الف) $f'(x) = 2(4x-1)^2(4)(x^2-x) + (2x^2-1)(4x-1)^2$ (./5) (./25)</p> <p>ب) $h'(x) = \frac{-\Delta(x+1) - (1)(-\Delta x)}{(x+1)^2}$ (./5) (./25)</p> <p>ج) $g'(x) = -2(1 + \cot^2 2x) + 2 \sin x \cos x$ (./25) (./25)</p>	۲
۱۴	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{2}$ (./25) (./25) (./25) (./25) (./25)	۱/۲۵
۱۵	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{(25 - 5 + 2) - (1 - 1 + 2)}{4} = \frac{5}{4}$ (./25) (./25) (./25) (./25)	۰/۷۵
	جمع نمره	۲۰

باسلام و خسته نباشید!

مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.